

Elementi di Tecnica Attuariale per i Fondi Sanitari

Giovanna Ferrara
1° Corso FAC - SIFA
Maggio 2011

Riferimenti bibliografici

Unico testo contenente elementi di tecnica attuariale di assicurazioni sanitarie

“Modelling in Health Care Finance”

Edito da ILO/ISSA 1999

Valido soprattutto per la Sanità Pubblica

Modelli trattati in questo corso

I modelli sono stati sperimentati:

- Inizialmente per Fondi sanitari aziendali
(promossi e/o garantiti dal datore di lavoro)
- Successivamente estesi al campo
 - delle assicurazioni sociali e della sanità pubblica

L'esposizione è integrata da un esempio numerico costruito per scopi didattici e modellato su un Fondo aziendale

Esposizione generale del problema di valutazione di un Fondo

- Nelle sue linee generali all'attuario viene richiesto
 - Di stimare, nell'anno 0, l'ammontare probabile di prestazioni sanitarie a carico di un Fondo nei prossimi t anni.
 - In genere si ipotizza

$$1 \leq t \leq 6$$

- Si tratta quindi di stimare la spesa globale, cioè i valori di

$$B(t)$$

Operazioni successive alla determinazione della spesa globale

Questa operazione preliminare è sempre richiesta.

Sulla base dell'ammontare stimato l'attuario calcolerà:

- **Il tasso di contributo qualora il fondo preveda la tariffazione in base al salario**
- **Il premio medio (o per categorie d'assicurati) qualora il fondo preveda una tariffazione con importo fisso**
- **Comunicherà l'ammontare stimato all'ente che si occupa della spesa sanitaria della collettività**

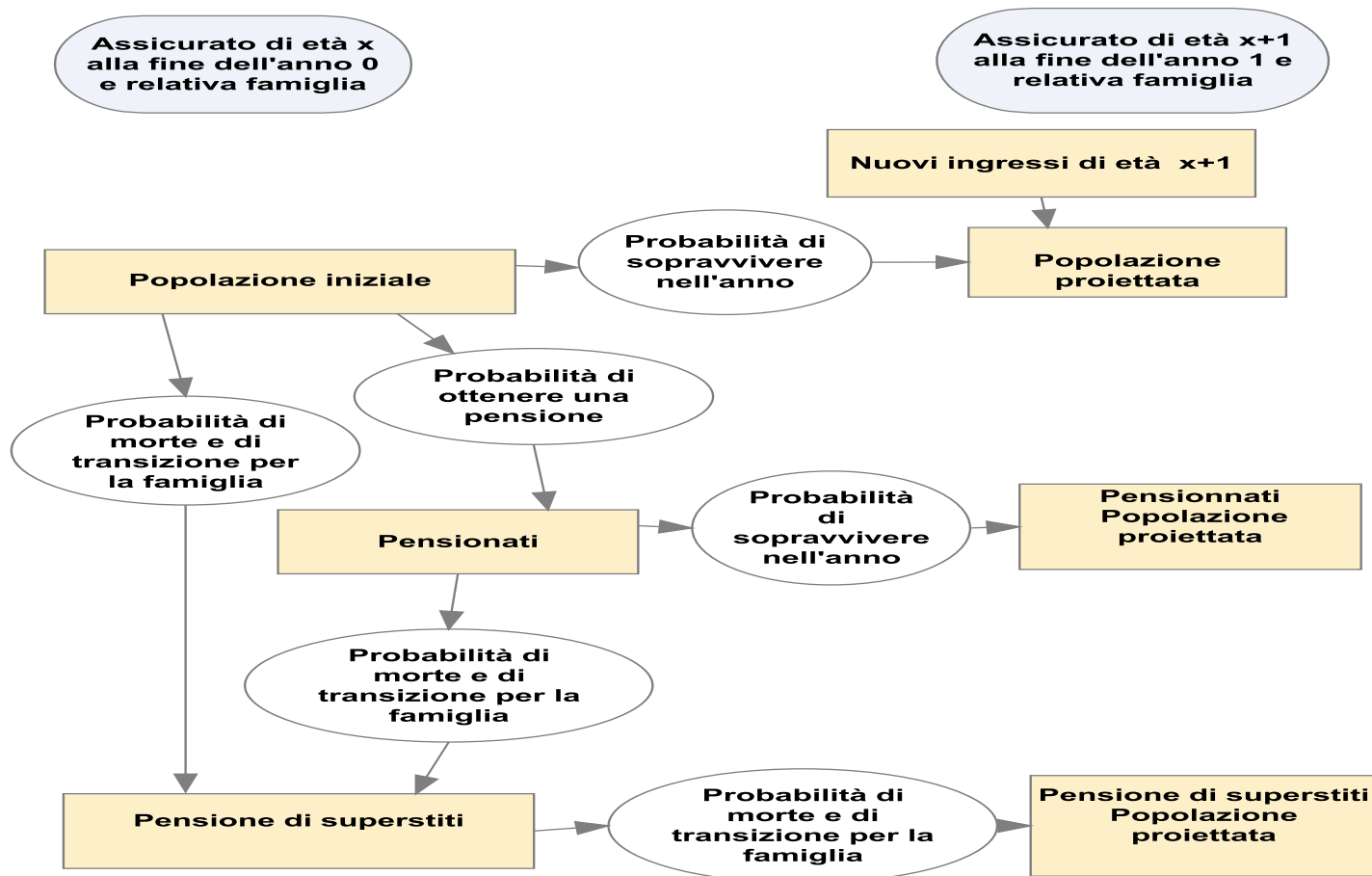
Operazioni preliminari alla determinazione della spesa globale

Qualunque siano le caratteristiche del fondo sanitario, le valutazioni riguarderanno:

- **Proiezioni demografiche**
 - **Proiezioni di costo (o finanziarie)**
-
- **Se si tratta di un fondo aziendale le proiezioni demografiche saranno analoghe a quelle di un fondo pensione (schema demografico 1)**
 - **In altri casi si procederà alla costruzione di un apposito modello (schema demografico 2)**

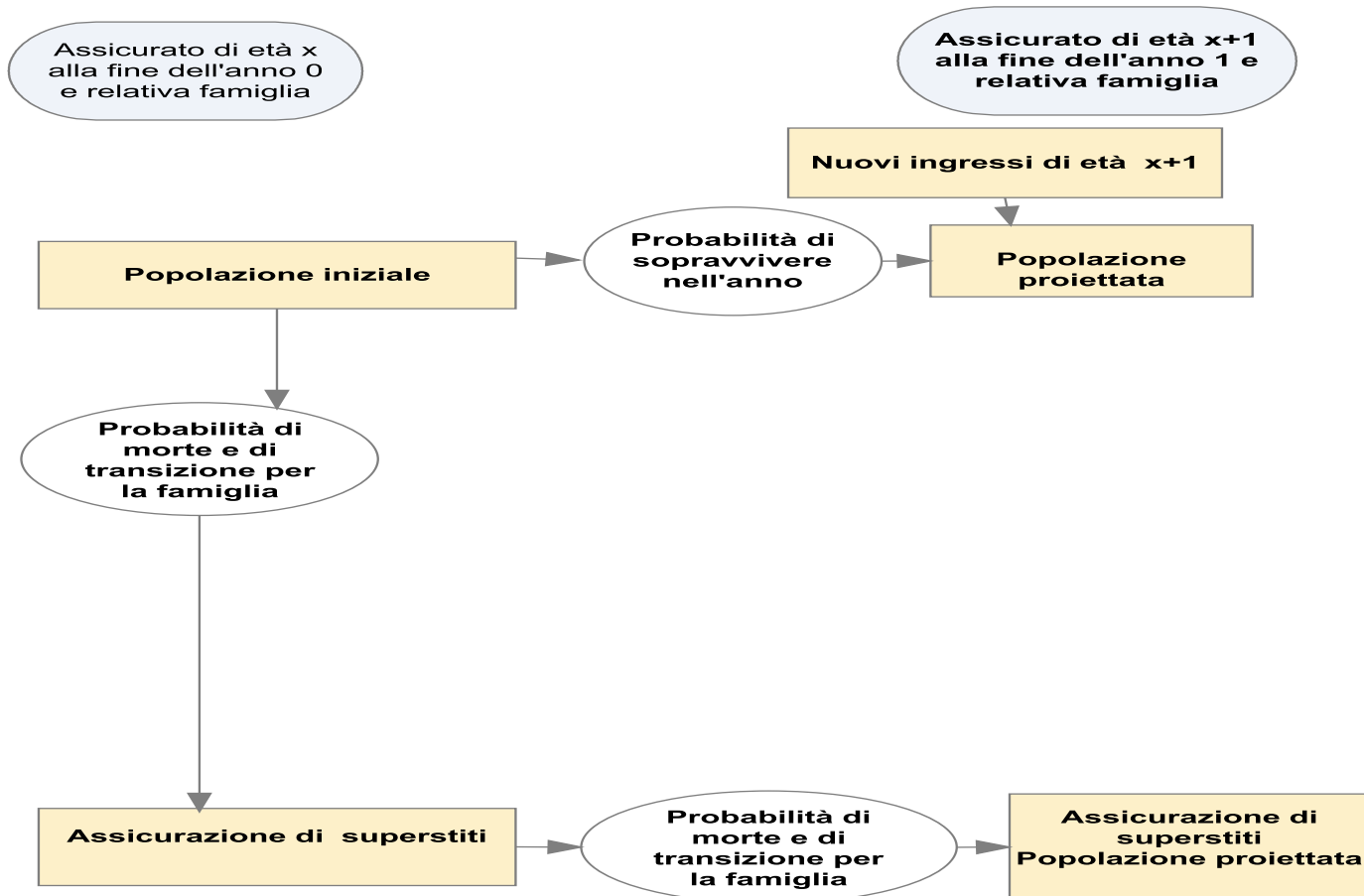
Schema demografico 1

Proiezioni Demografiche



Schema demografico 2

Proiezioni Demografiche



Commenti sulle proiezioni demografiche

- **La proiezioni demografiche sono essenziali per meglio identificare l'andamento futuro del costo**
- **In base alla mia esperienza, non è necessario effettuare anche proiezioni finanziarie (cioè di redditi, salari e pensioni della popolazione assicurata). Infatti**
 - **Si dovrebbero richiedere molti dati quali l'anzianità aziendale, scale salari ecc.**
 - **Le stime del reddito medio (su cui eventualmente calcolare il contributo) e le previsioni dell'aumento medio futuro sono sufficienti per il calcolo del contributo**
 - **Ove possibile l'attuario che si occupa della parte sanitaria dovrebbe cooperare con l'attuario del fondo pensioni (se esiste).**

Stratificazione della spesa globale

- E' opportuno suddividere la spesa globale in categorie omogenee (con varianza minima).
- La suddivisione dovrebbe condurre a definire una combinazione di stime efficienti.

Prima ipotesi di stratificazione

Ipotizziamo che la spesa globale possa essere suddivisa in varie (s) classi di spese. La generica classe viene indicata con r

$$B(t) = \sum_{r=1}^s B^r(t)$$

Prima ipotesi di stratificazione (per tipo di prestazione)

Definiamo il numero di prestazioni – categoria r - $M^r(t)$

e il relativo costo medio della prestazione $A^r(t) = \frac{B^r(t)}{M^r(t)}$

La spesa media sarà quindi

$$B(t) = \sum_{r=1}^s M^r(t) \times A^r(t)$$

La spesa in termini relativi considerando il numero degli assicurati (Na) o il numero dei beneficiari (Nb) sarà:

$$\frac{B(t)}{Na} = \sum_{r=1}^s \frac{M^r(t)}{Na} \times A^r(t)$$

Dove $\frac{M^r(t)}{Na}$ rappresenta il tasso di utilizzo da parte degli assicurati della prestazione di categoria r
Analoghe formule considerando Nb

Prima ipotesi di stratificazione: dati richiesti per la valutazione 1

Per quanto riguarda i dati di costo, per categoria di spese si richiederanno:

- Ammontare delle prestazioni**
- Numero delle prestazioni**

I dati statistici di base riguarderanno ovviamente più esercizi e l'ammontare delle prestazioni va riferito all'ammontare pagato e riservato (alla fine del periodo) per la prestazione

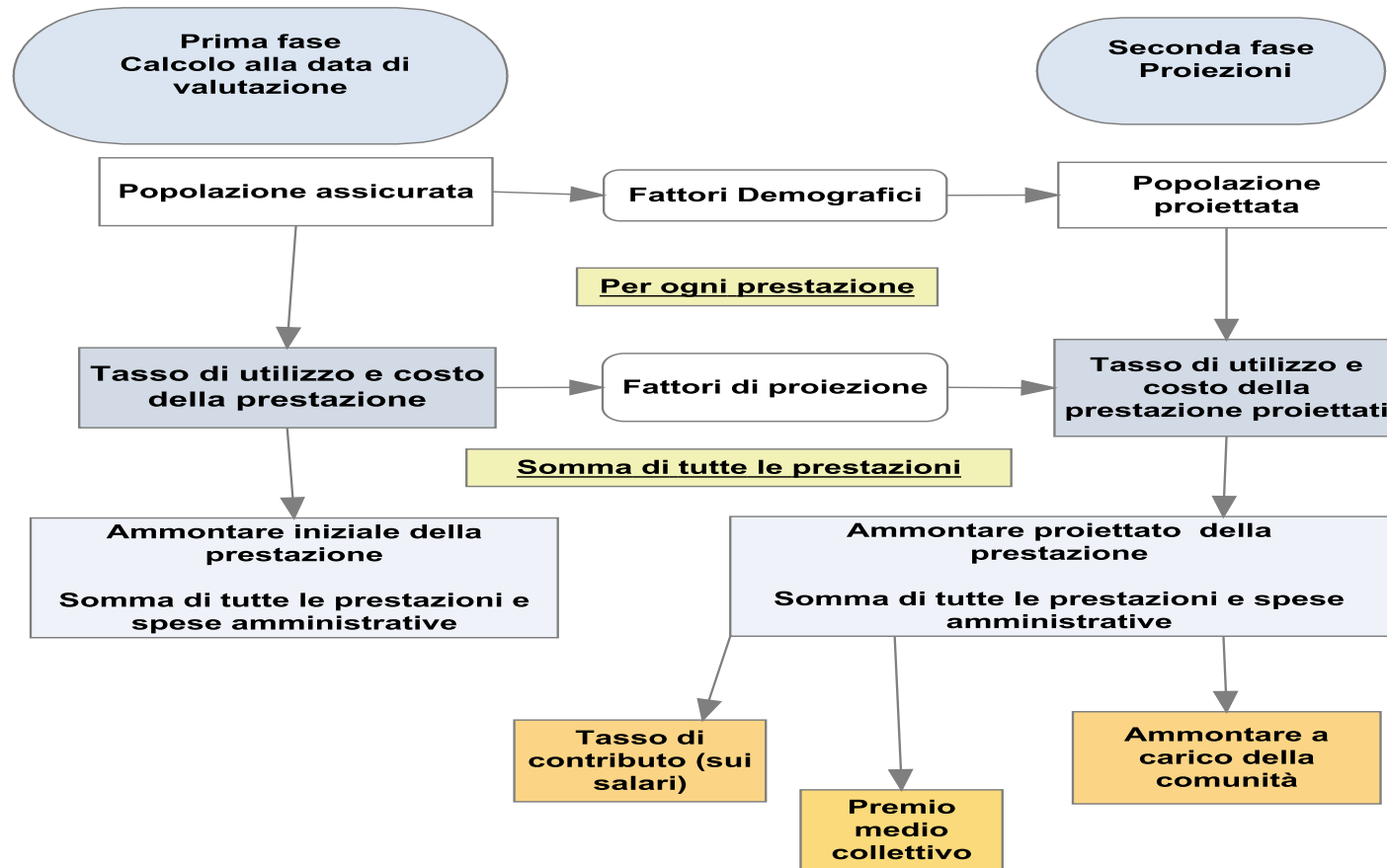
Prima ipotesi di stratificazione: dati richiesti per la valutazione 2

- **Accorgimenti per la disaggregazione dei dati**
 - **Occorre definire in maniera univoca cosa si intenda per unità di prestazione (sinistro)**
 - **Per un giudizio sull'entità della prestazione, è sempre preferibile fare ricorso ad indici quali il costo medio per assicurato (o per beneficiario): il tasso di utilizzo può essere condizionato dalla definizione di unità di prestazione**
 - **Una classificazione molto dettagliata per tipo di prestazione non sempre porta a una migliore comprensione dello sviluppo futuro dei costi**
 - **E' sempre preferibile adottare le classificazioni già esistenti nel Fondo (e tentare di migliorarle)**

Le proiezioni possono essere effettuate secondo il modello seguente

Prima ipotesi di stratificazione: modello per la valutazione

Modello di proiezione in base alle prestazioni



Osservazioni sul modello di proiezione in base alle prestazioni

- La prima fase (riguardante l'anno 0) è essenziale per verificare la validità dei dati di base
- Se si hanno dubbi sulla definizione dell'unità di prestazione, è sempre possibile adoperare il costo medio per assicurato (o per beneficiario) come indice base (in luogo del tasso di utilizzo e costo medio della prestazione)
- I fattori di proiezione vanno attentamente valutati: il tasso di utilizzo è in genere variabile nel tempo e l'inflazione sanitaria è molto diversa da quella dei prezzi al consumo

Seconda ipotesi di stratificazione: età e sesso

Se si considera la classificazione secondo l'età e il sesso degli assicurati (o dei beneficiari) la spesa globale potrà essere scritta:

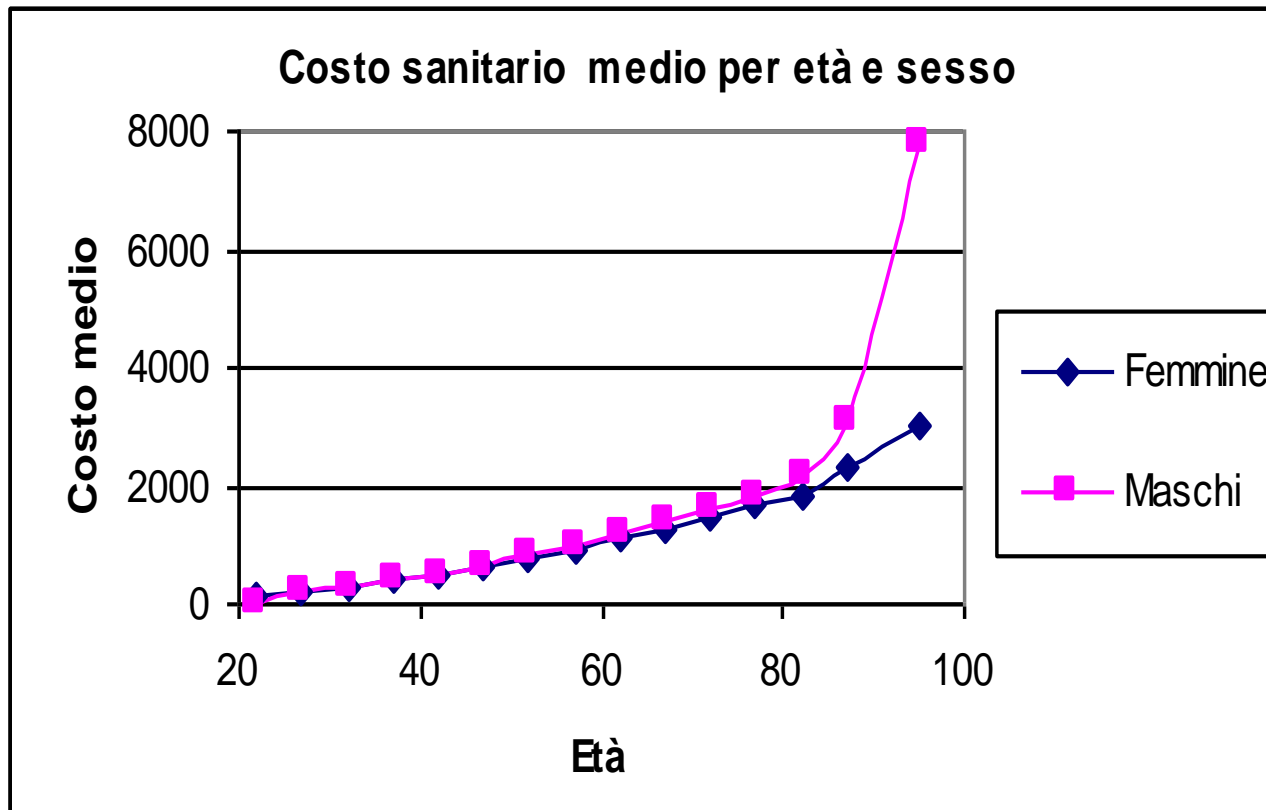
$$B(t) = \sum_{z=1}^2 \sum_{x=\min}^{\max} B(z, x, t)$$

Con x, z rispettivamente età e sesso dell'assicurato o del beneficiario

Seconda ipotesi di stratificazione: età e sesso (dati richiesti)

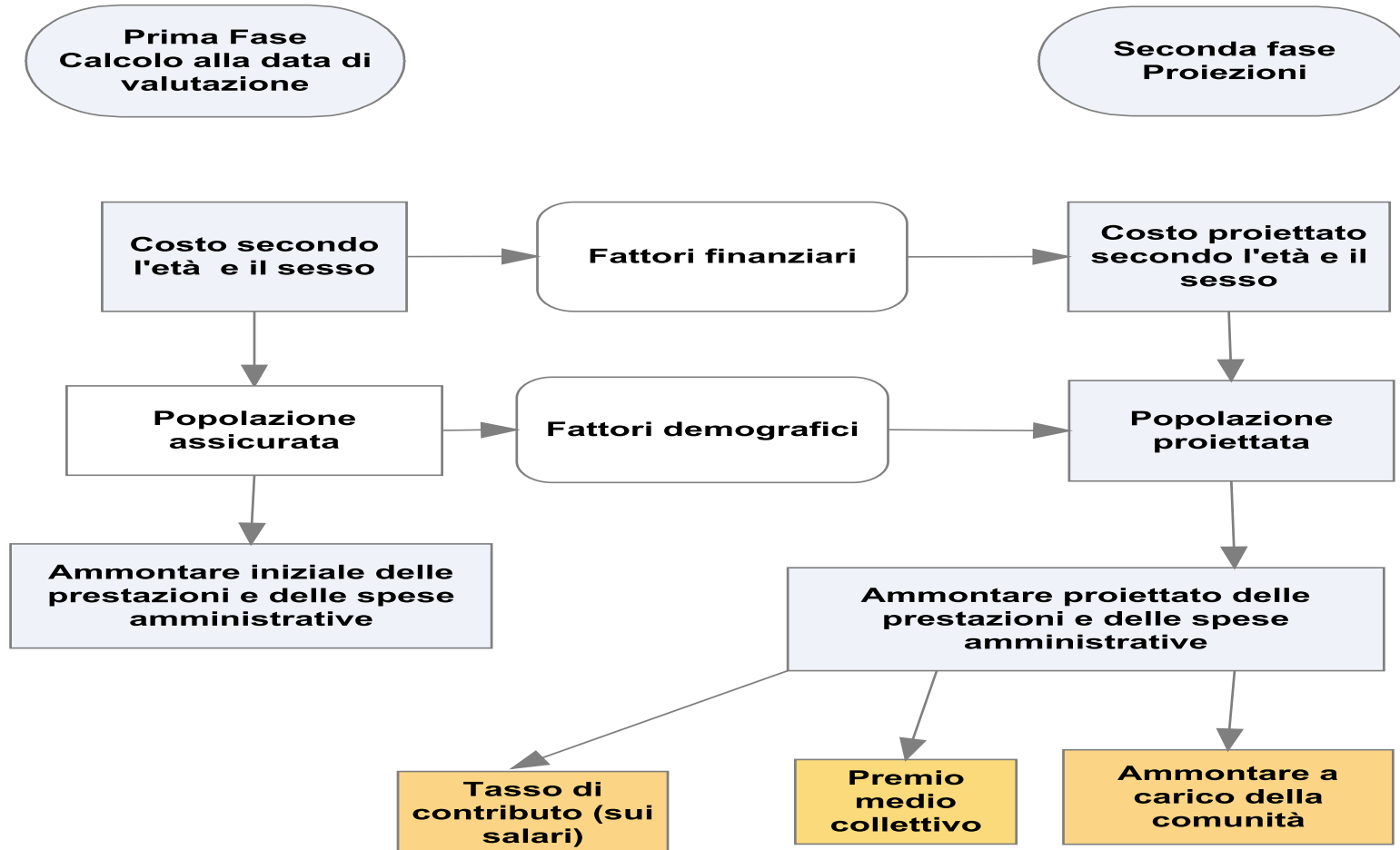
- **Occorre costruire un'ulteriore base tecnica: la tavola di morbidity o matrice dei costi**
- **I dati relativi alle prestazioni vanno classificati per sesso e classi d'età (dell'assicurato o del beneficiario) e ne va calcolato il costo medio (per assicurato o per beneficiario)**
- **Le distribuzioni precedenti vanno interpolate per determinare una funzione analitica che consenta di costruire valori per tutte le età (e soprattutto per le età estreme).**
- **A volte viene usata un'interpolazione con medie mobili**

Seconda ipotesi di stratificazione: età e sesso- Esempio di distribuzioni



Seconda ipotesi di stratificazione: età e sesso – Modello di proiezione

Modello di proiezione



Seconda ipotesi di stratificazione: età e sesso – Osservazioni sul modello di proiezione

- Anche in questo caso le tavole di morbidity vanno applicate all'anno 0 per verificare la validità del modello**
- Considerando fra le basi tecniche anche le tavole di morbidity è possibile ottenere direttamente la proiezione dei costi nelle proiezioni demografiche**
- Valgano anche in questo caso le osservazioni già effettuate relativamente all'inflazione sanitaria e alle variazioni del tasso di utilizzo**

Terza ipotesi di stratificazione: età e sesso e categoria di spesa

- Un ulteriore stratificazione potrà essere effettuata considerando la doppia stratificazione per età e sesso dell'assicurato e per categoria di prestazione. L'espressione della spesa globale è:

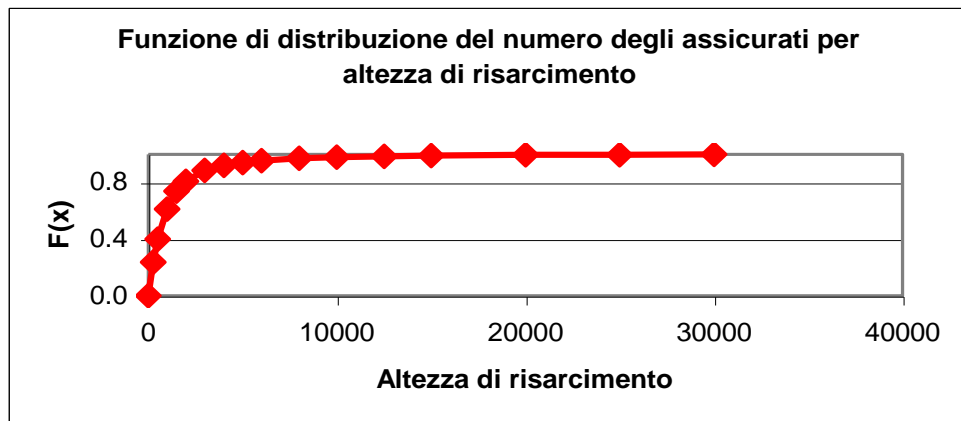
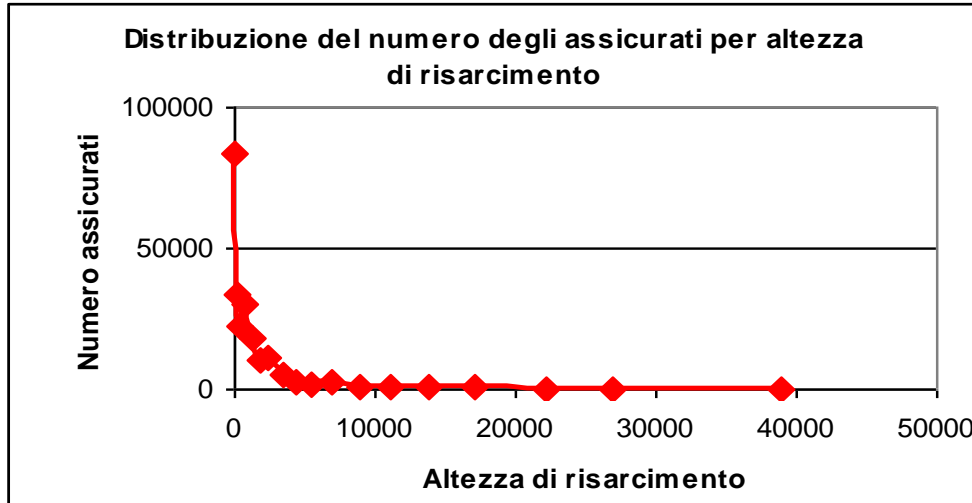
$$B(t) = \sum_{z=1}^2 \sum_{x=\min}^{\max} \sum_{r=1}^s B^r(z, x, t)$$

- Valgono anche in questo caso le formule relative ai tassi di utilizzo e ai costi medi della prestazione (per età e sesso dell'assicurato o del beneficiario)

Terza ipotesi di stratificazione: età e sesso e categoria di spesa – Dati di base

- Le tavole di morbidity vanno costruite per categoria di spesa. Pertanto i dati di base per classi d'età e sesso dovranno considerare anche le categorie di spesa**
- L'interpolazione del costo medio per assicurato (o beneficiario) dovrà essere effettuata con molta cura.**
- Occorrerà verificare che il costo totale proveniente dalle interpolazioni sia congruo con un costo globale (senza alcuna distinzioni delle categorie di spesa)**

La distribuzione per altezza di risarcimento: esempio



Le riserve di sicurezza

- **La distribuzione del numero dei sinistri per altezza di risarcimento è molto asimmetrica**
- **Tale circostanza accompagnata dalla grande variabilità della probabilità del verificarsi dei sinistri, impone la costituzione delle riserve di sicurezza.**
- **Inoltre è auspicabile che vengano stabiliti due livelli, cioè:**
 - **- un livello minimo al di sotto del quale il Fondo è obbligato a incrementare i premi applicati e/o a ridurre la misura delle prestazioni;**
 - **- un livello massimo che imponga un decremento dei premi e/o un aumento del livello delle prestazioni.**

Indicazioni per la costituzione di riserve di sicurezza

- Il problema della costituzione può essere risolto considerando la definizione di minimo e massimo livello della riserva di equilibrio a suo tempo fissata dall'organo di controllo finlandese
- L'impostazione finlandese considerava i seguenti elementi:
 - Un fattore d'interesse
 - Un elemento che esprimesse la fluttuazione delle probabilità di verificarsi dei sinistri
 - I primi tre momenti della distribuzione per altezza di risarcimento

Il livello minimo della riserva di sicurezza

La riserva minima veniva calcolata considerando un orizzonte di un anno e richiedendo una probabilità di rovina nell'esercizio eguale a 0.01

$$Prob \left[r \times U_{min} + (P - X) \times r^{1/2} > 0 \right] = 0,99$$

dove P è l'ammontare dei premi, X l'ammontare dei sinistri e r il fattore finanziario. In altri termini la riserva ad un livello di probabilità di fallimento pari a 0.01 (vedere lo sviluppo riportato in appendice) è data da:

$$P - X = U_{min} \times r^{1/2} = E(x) + \left[y_{0,01} + \frac{\gamma}{6} (y_{0,01}^2 - 1) \right] \times \sigma(x)$$

Il livello della riserva minima 1

- Nella valutazione dei momenti necessari al calcolo va ipotizzata una distribuzione di Poisson con parametro aleatorio

$$n_{ck} = n_k (1 + q_k)$$

- In pratica il numero dei sinistri va incrementato secondo un indice che esprime la variabilità della base tecnica numero dei sinistri. Tale indice veniva fissato dall'autorità di controllo finlandese e variava da 1,2 a 1,8. La riserva minima pertanto è

$$U_{min} = r^{-1/2} \left[n_k \times q_k \times a_1 + y_{0.01} \times \sqrt{n_{ck} \times a_2} + \frac{1}{6} (y_{0.01}^2 - 1) \times \frac{n_{ck} \times a_3}{\left(\sqrt{n_{ck} \times a_2} \right)^3} \right]$$

Il livello della riserva minima 2

Nella formula a_1, a_2, a_3 sono i momenti rispetto all'origine della distribuzione e

$$n_{ck} = 1,2 \times n_c$$

il numero degli assicurati con almeno un sinistro.

Considerando un tasso d'interesse eguale al 4% si avrà:

$$U_{min} = \left[0,9858 \times n_k \times q_k \times a_1 + 2,28083 \times \sqrt{n_{ck} \times a_2} + 0,7273 \times \frac{n_{ck} \times a_3}{\left(\sqrt{n_{ck} \times a_2}\right)^3} \right]$$

Il livello della riserva massima 1

- Il valore massimo della riserva U_{max}

è definito come massimo dei valori

$$U_h \quad h = 1, 2, \dots, 5$$

Soddisfacente le relazioni

$$Pr ob \left[r^h U_h + \sum_{t=1}^h r^{h-t+1/2} (P_t - X_t) \geq 0 \right] = 0.99$$

P_t , X_t rispettivamente premi e ammontare dei sinistri relativi al t.esimo esercizio

Il livello della riserva massima 2

In pratica si può pensare che il massimo di U coincida con U_5 individuata da

$$\left[Pr\ ob \sum_{t=1}^5 r^{5-t+1/2} X_t \leq P \sum r^{5-t+1/2} + r^5 \times U_5 \right] = 0,99$$

cioè in base a $r = 1,04$

$$U_{max} = \left[4,54 \times n_k \times q_k \times a_1 + 4,7298 \times \sqrt{n_{ck} \times a_2} + 0,672 \times \frac{n_{ck} \times a_3}{\left(\sqrt{n_{ck} \times a_2} \right)^3} \right]$$

I livelli relativi della riserva di sicurezza

Per la distribuzione prima illustrata i livelli della riserva di sicurezza, in termini relativi, considerando l'ammontare dei sinistri, sono

$$\frac{U_{min}}{a_1 \times n_c} = 0,246 = 3 \text{ mesi di spesa di anno } 0$$

$$\frac{U_{max}}{a_1 \times n_c} = 1,008 = 12 \text{ mesi di spesa di anno } 0$$

Appendice sull'esempio numerico

Sono considerati

- A) Stratificazione per tipo di prestazione
- B) Stratificazione per età e sesso dell'assicurato
- C) doppia stratificazione per età e sesso dell'assicurato e tipo di prestazione

Introduzione dell'esempio numerico: popolazione assicurata

- **Si tratta di un fondo aziendale in cui l'assicurazione riguarda il dipendente e la sua famiglia**
- **La distribuzione per età e sesso e per categoria di assicurati (attivi, pensionati e superstiti) è nota**
- **I dati di costo sono rilevati per assicurato (cioè comprendono anche le prestazioni per i famigliari a carico)**
- **Le basi tecniche per le proiezioni demografiche sono qui elencate**

Basi tecniche per le proiezioni demografiche

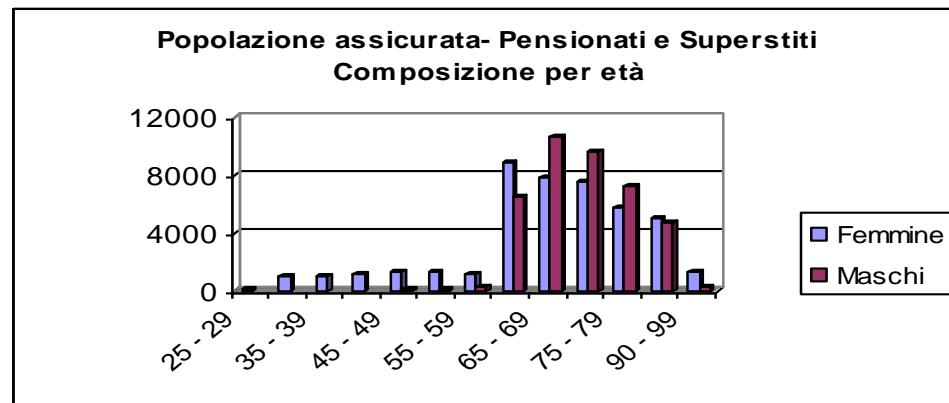
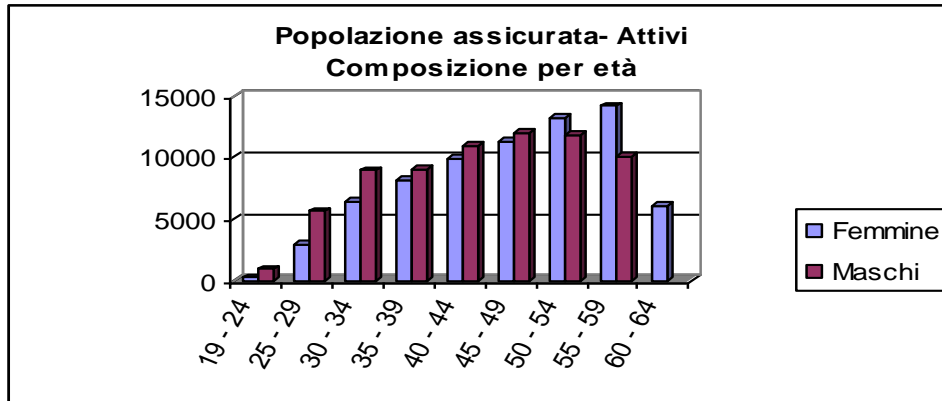
- **Probabilità per gli attivi:**
 - Di morte
 - Di invalidarsi
 - Di uscita per cause diverse dalla morte e dal pensionamento (di vecchiaia o invalidità)
 - Di pensionamento
- **Probabilità per tutte le categorie**
 - Di morte
 - Di lasciare un vedovo (o una vedova)
 - Età del vedovo o della vedova
- **Nuove entrate**
 - Distribuzione per età e sesso delle nuove entrate

Risultati proiezioni demografiche

Ipotesi di proiezione: la popolazione degli attivi resta stabile nel tempo

| Anno | Numero proiettato di | | |
|------|----------------------|-------------------------|---------|
| | Attivi | Pensionati e superstiti | Totale |
| 1 | 142 374 | 86 120 | 228 494 |
| 2 | 142 374 | 90 859 | 233 233 |
| 3 | 142 374 | 94 566 | 236 940 |
| 4 | 142 374 | 97 440 | 239 814 |
| 5 | 142 374 | 99 705 | 242 079 |
| 6 | 142 374 | 101 493 | 243 867 |

Dati relativi alla popolazione assicurata alla data di valutazione



Dati relativi al costo di anno 0

Dati di base

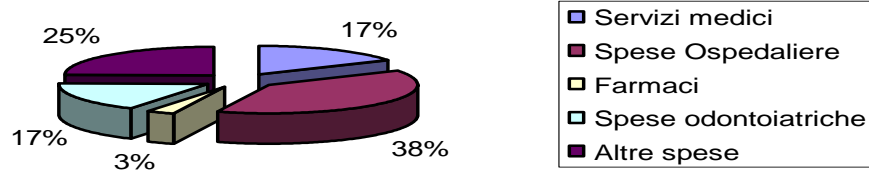
| | |
|-------------------------------|--------------------|
| Numero di assicurati | 225 852 |
| Costo sanitario anno 0 | 212 355 610 |
| Costo medio sanitario | 940 |

Dati di spesa

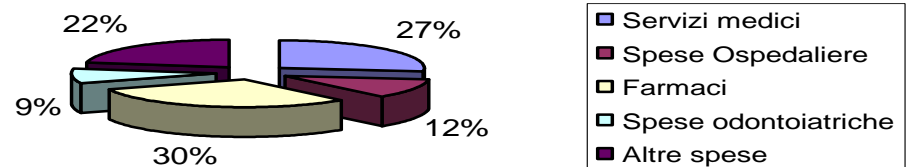
| | Ammontare delle prestazioni | Numero delle prestazioni |
|-----------------------------|------------------------------------|---------------------------------|
| Servizi medici | 35 197 512 | 38 189 |
| Spese Ospedaliere | 82 556 437 | 16 326 |
| Farmaci | 6 906 844 | 43 726 |
| Spese odontoiatriche | 35 093 231 | 12 209 |
| Altre spese | 52 601 585 | 31 517 |
| Totale | 212 355 610 | 141 968 |

Dati relativi al costo di anno 0

Costo per categoria di prestazione



Numero dei sinistri per categoria di prestazione



Dati relativi agli indici medi di anno 0

| | Tasso di utilizzo % | Costo medio della prestazione | Costo medio per assicurato |
|-----------------------------|----------------------------|--------------------------------------|-----------------------------------|
| Servizi medici | 16,91 | 922 | 156 |
| Spese Ospedaliere | 7,23 | 5 057 | 366 |
| Farmaci | 19,36 | 158 | 31 |
| Spese odontoiatriche | 5,41 | 2 874 | 155 |
| Altre spese | 13,95 | 1 669 | 233 |
| Totale | 62,86 | 1 496 | 940 |

Proiezione della base imponibile (sulla base del reddito medio)

Determinazione della base imponibile – Salari e Pensioni

Ipotesi – salario medio di anno 0 17 795

- pensione media di anno 0 11 864

Incremento annuo 4%

| Anno | Numero degli assicurati | | Base Imponibile |
|------|-------------------------|------------|-----------------|
| | Attivi | Pensionati | |
| 0 | 142 374 | 83 478 | 3 523 934 |
| 1 | 142 374 | 86 120 | 3 697 489 |
| 2 | 142 374 | 90 859 | 3 906 198 |
| 3 | 142 374 | 94 566 | 4 111 915 |
| 4 | 142 374 | 97 440 | 4 316 279 |
| 5 | 142 374 | 99 705 | 4 521 623 |
| 6 | 142 374 | 101 493 | 4 729 327 |

Scenari di proiezione

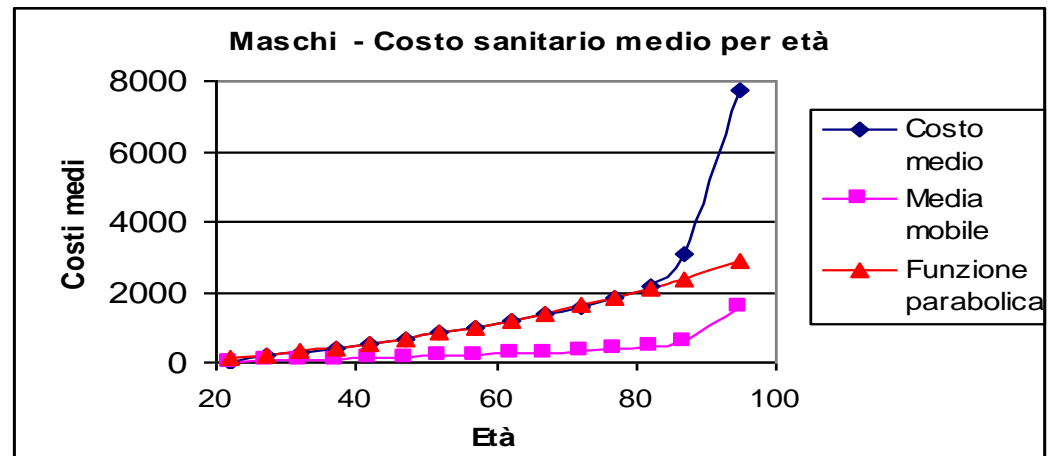
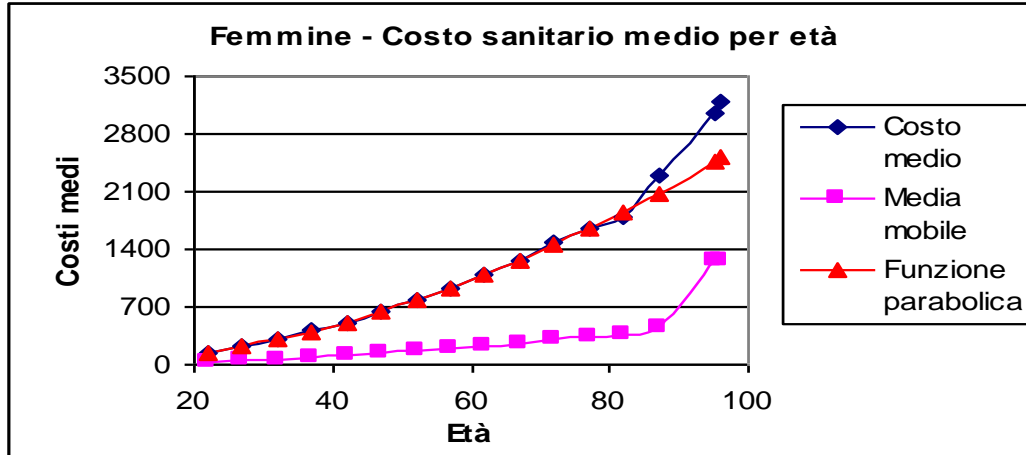
Due scenari

- A) Inflazione sanitaria eguale al 6% annuo in tutto il periodo
- B) Inflazione sanitaria pari a
 - 7% per le spese odontoiatriche e i farmaci
 - 5% per le altre spese
 - **Il tasso di utilizzo delle prestazioni ospedaliere aumenterà del 10% in 5 anni**

Calcoli per lo scenario A – Prima ipotesi di stratificazione

| | Costo medio per assicurato | | | |
|-----------------------------------------------|----------------------------|------------|-------|--------------|
| | Anno 0 | Anno 1 | | Anno 6 |
| Servizi medici | 156 | 165 | | 221 |
| Spese Ospedaliere | 366 | 387 | | 519 |
| Farmaci | 31 | 32 | | 43 |
| Spese odontoiatriche | 155 | 165 | | 220 |
| Altre spese | 233 | 247 | | 330 |
| Costo medio totale | 940 | 997 | | 1 334 |
| Popolazione | | 228 494 | | 243 867 |
| Proiezione della spesa (migliaia di unità) | | 227 730 | | 325 258 |

Elementi per la costruzione delle tavole di morbidity - Seconda ipotesi di stratificazione



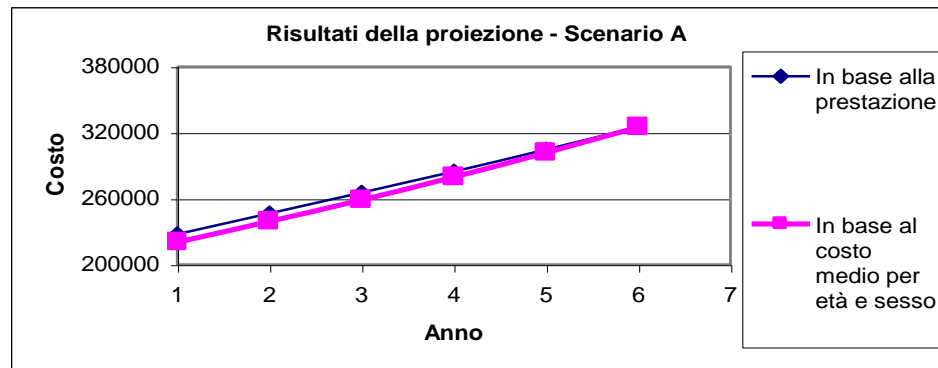
Risultati per lo scenario A – Seconda Ipotesi di stratificazione

Stratificazione per età e sesso dell'assicurato – Risultati delle proiezioni – Scenario A

| Anno | Ammontare proiettato (migliaia di unità) | Costo medio per assicurato |
|------|------------------------------------------------|-------------------------------|
| 1 | 220 477 | 965 |
| 2 | 239 129 | 1 025 |
| 3 | 258 880 | 1 093 |
| 4 | 279 728 | 1 166 |
| 5 | 301 746 | 1 246 |
| 6 | 324 972 | 1 333 |

Confronti di risultati – Scenario A

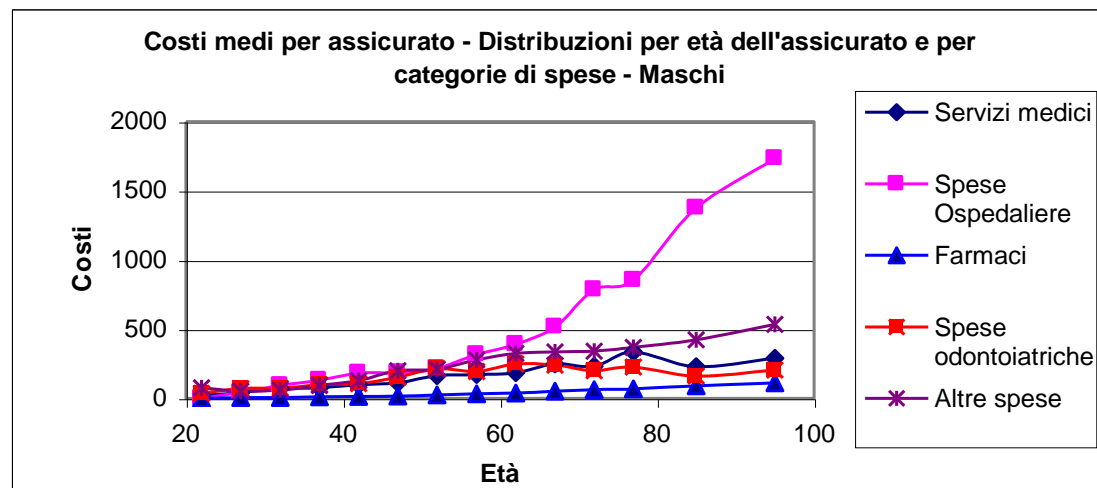
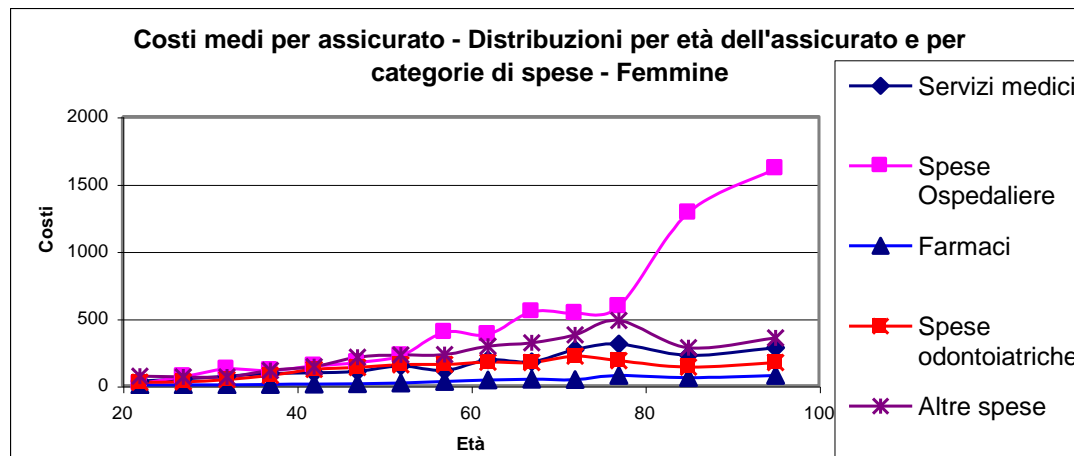
| Scenario A | | |
|------------|---------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|
| Anno | Prima stratificazione (in base alle categorie di prestazione) | Seconda stratificazione (in base al costo medio per età e sesso) |
| 1 | 227 730 | 220 477 |
| 2 | 246 400 | 239 129 |
| 3 | 265 336 | 258 880 |
| 4 | 284 667 | 279 728 |
| 5 | 304 597 | 301 746 |
| 6 | 325 258 | 324 972 |



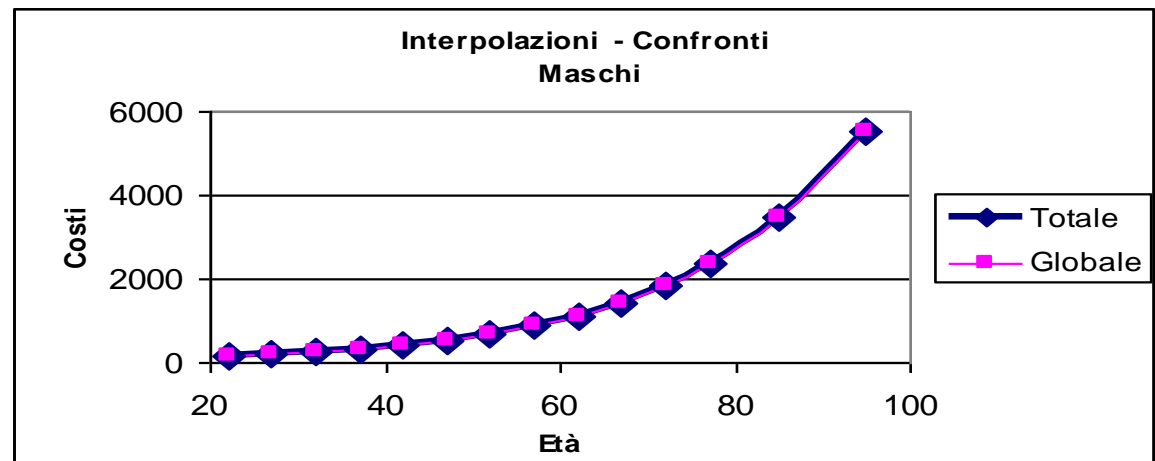
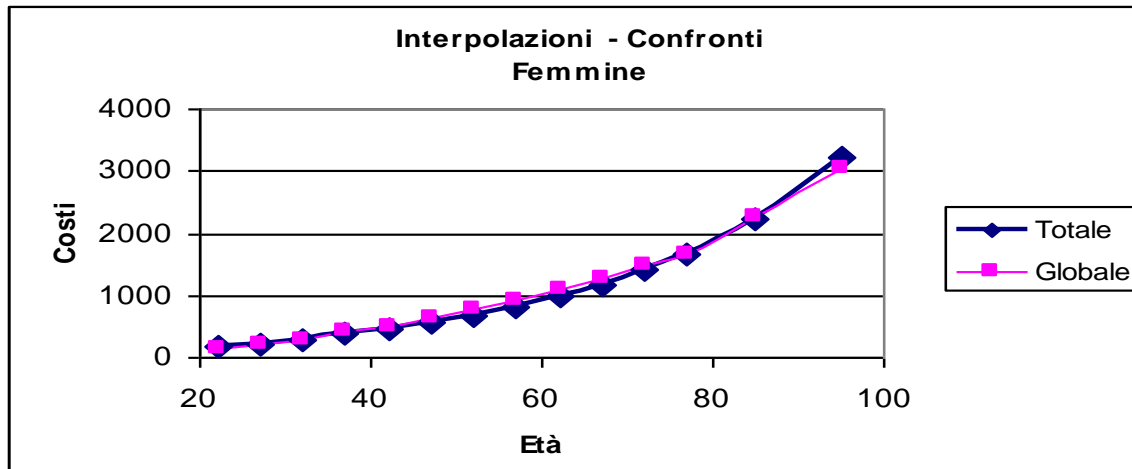
Calcoli per lo scenario B - Prima ipotesi di stratificazione

| | Costo medio per assicurato | Indice d'incremento annuo | | Proiezione spesa media | | |
|---------------------------------------------------|----------------------------|---------------------------|-------|------------------------|-------|----------------|
| | Anno 0 | Tasso di utilizzo | Costo | Anno 1 | | Anno 6 |
| Servizi medici | 156 | 1 | 1.05 | 164 | | 209 |
| Spese Ospedaliere | 366 | 1.019 | 1.05 | 391 | | 549 |
| Farmaci | 31 | 1 | 1.07 | 33 | | 46 |
| Spese odontoiatriche | 155 | 1 | 1.07 | 166 | | 233 |
| Altre spese | 233 | 1 | 1.05 | 245 | | 312 |
| Costo medio totale | 940 | | | 998 | | 1349 |
| Popolazione | | | | 228 494 | | 243 867 |
| Proiezioni della spesa (migliaia di unità) | | | | 228 135 | | 329 059 |

Elementi per la costruzione della terza ipotesi di stratificazione 1

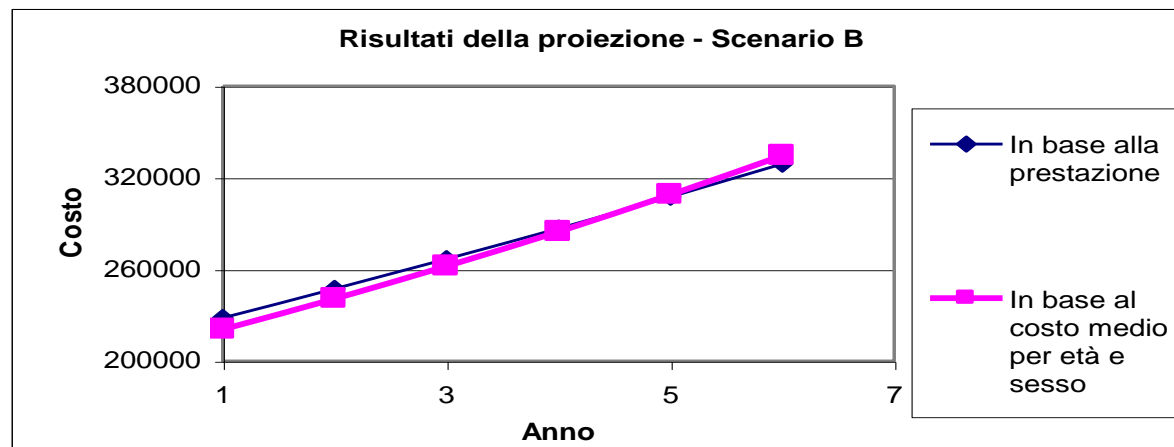


Elementi per la costruzione della terza ipotesi di stratificazione 2



Confronto di risultati – Scenario B

| Anno | Prima ipotesi di stratificazione (in base alla prestazione) | Terza ipotesi di stratificazione (in base al costo medio per età e sesso e categoria di spesa) |
|------|-------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1 | 228135 | 220 660 |
| 2 | 247282 | 240 630 |
| 3 | 266786 | 261 939 |
| 4 | 286788 | 284 620 |
| 5 | 307498 | 308 785 |
| 6 | 329059 | 334 493 |



Riserve di sicurezza – Dati di base

Distribuzione del numero di assicurati per classi di risarcimento

| Classi di risarcimento | % di assicurati nella classe | Età media | Classi di risarcimento | % di assicurati nella classe | Età media |
|------------------------|------------------------------|-----------|------------------------|------------------------------|-----------|
| No claim | 37,14 | 51,3 | 5001 - 6000 | 0,85 | 63,3 |
| 1 - 250 | 15,02 | 49,5 | 6001 - 8000 | 1,02 | 66,3 |
| 251 - 500 | 10,08 | 53,5 | 8001 - 10000 | 0,55 | 67,5 |
| 501 - 1000 | 13,47 | 55,5 | 10001 - 12500 | 0,41 | 71,5 |
| 1001 - 1500 | 7,91 | 57,9 | 12501 - 15000 | 0,26 | 71,3 |
| 1501 - 2000 | 4,41 | 58,8 | 15001 - 20000 | 0,28 | 71,8 |
| 2001 - 3000 | 4,82 | 60,3 | 20001 - 25000 | 0,11 | 68,1 |
| 3001 - 4000 | 2,27 | 61,8 | 25001 - 30000 | 0,06 | 73,6 |
| 4001 - 5000 | 1,28 | 62,3 | 30001 - | 0,07 | 68,1 |
| 5001 - 6000 | 0,85 | 63,3 | Totale | 100,00 | 54,1 |
| 6001 - 8000 | 1,02 | 66,3 | | | |
| 8001 - 10000 | 0,55 | 67,5 | | | |

Formule per le riserve di sicurezza

Le formule sono costruite considerando il legame fra i frattili di una generica distribuzione di probabilità $F(x)$ e gli analoghi frattili della distribuzione normale standardizzata $N(x)$

Se denotiamo per ogni ε dell'intervallo $0 < \varepsilon < 1$ e y_ε la determinazione di x e quella della variabile normale per la quale si abbia

$$F(x_\varepsilon) = N(y_\varepsilon) = 1 - \varepsilon$$

Si ricerca una relazione del tipo

$$x_\varepsilon = f(y_\varepsilon)$$

Sussiste lo sviluppo di Edgeworth

$$F(x) = N\left(\frac{x-m}{\sigma}\right) - \frac{1}{3!} \gamma N'''\left(\frac{x-m}{\sigma}\right) + \dots$$

e tenuto conto delle espressioni delle derivate della $N(x)$ si ha

$$x_\varepsilon = m + \sigma \left[y_\varepsilon + \frac{1}{3!} \gamma (y_\varepsilon^2 - 1) \right]$$

Formule per le riserve di sicurezza

Riferimenti bibliografici

- Luciano Daboni “La riserva d’equilibrio per l’impresa d’assicurazione” Atti del IV Congresso Nazionale degli Attuari – Aprile 1986 Roma
- Pörn – “Fluctuation reserves” – Skandinavisk Actuarietid-skrift - 1968